6. முக்கோணவியல்

1 மதிப்பெண் வினாக்கள்

1. $\sin^2\theta + \frac{1}{1+\tan^2\theta}$ –ன் மதிப்பு

(அ) $\tan^2\theta$ **(ஆ) 1** (இ) $\cot^2\theta$ (ஈ) 0

2. $\tan\theta cosec^2\theta - \tan\theta$-ன் மதிப்பு PTA-3

(அ) $\sec\theta$ (ஆ) $\cot^2\theta$ (இ) $\sin\theta$ **(ஈ) $\cot\theta$**

3. $(\sin\alpha + cosec\alpha)^2 + (\cos\alpha + sec\alpha)^2 = k + \tan^2\alpha + \cot^2\alpha$ எனில் k -ன் மதிப்பு PTA-1

(அ) 9 **(ஆ) 7** (இ) 5 (ஈ) 3

4. $\sin\theta + \cos\theta = a$ மற்றும் $\sec\theta + \operatorname{cosec}\theta = b$ எனில் $b(a^2 - 1)$ –ன் மதிப்பு

(அ) $2a$ (ஆ) $3a$ (இ) 0 (ஈ) $2ab$

5. $5x = sec\theta$ மற்றும் $\frac{5}{x} = \tan\theta$ எனில் $x^2 - \frac{1}{x^2}$ –ன் மதிப்பு PTA-2

(அ) 25 **(ஆ) $\frac{1}{25}$** (இ) 5 (ஈ) 1

6. $\sin\theta = \cos\theta$ எனில் $2\tan^2\theta + \sin^2\theta - 1$ –ன் மதிப்பு PTA-1, 4

(அ) $\frac{-3}{2}$ **(ஆ) $\frac{3}{2}$** (இ) $\frac{2}{3}$ (ஈ) $\frac{-2}{3}$

7. $x = a\tan\theta$ மற்றும் $y = b\sec\theta$ எனில்

(அ) $\frac{y^2}{b^2} - \frac{x^2}{a^2} = 1$ (ஆ) $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ (இ) $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ (ஈ) $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 0$

8. $(1 + \tan\theta + \sec\theta)(1 + \cot\theta - \operatorname{cosec}\theta)$ –ன் மதிப்பு

(அ) 0 (ஆ) 1 **(இ) 2** (ஈ) -1

9. $a\cot\theta + b\operatorname{cosec}\theta = p$ மற்றும் $b\cot\theta + a\operatorname{cosec}\theta = q$ எனில் $p^2 - q^2$ –ன் மதிப்பு PTA-5

(அ) $a^2 - b^2$ **(ஆ) $b^2 - a^2$** (இ) $a^2 + b^2$ (ஈ) $b - a$

10. ஒரு கோபுரத்தின் உயரத்திற்கும் அதன் நிழலின் நீளத்திற்கும் உள்ள விகிதம் $\sqrt{3}:1$, எனில் சூரியனைக் காணும் ஏற்றக்கோண அளவானது PTA-6, SEP-21

(அ) 45° (ஆ) 30° (இ) 90° **(ஈ) 60°**

11. ஒரு மின்சார கம்பமானது அதன் அடியில் சமதளப் பரப்பில் உள்ள ஒரு புள்ளியில் 30° கோணத்தை ஏற்படுத்துகிறது. முதல் புள்ளிக்கு 'b' மீ உயரத்தில் உள்ள இரண்டாவது புள்ளியிலிருந்து மின்கம்பத்தின் அடிக்கு இறக்கக்கோணம் 60° எனில் மின் கம்பத்தின் உயரமானது (மீட்டரில்)

(அ) $\sqrt{3}\,b$ **(ஆ) $\frac{b}{3}$** (இ) $\frac{b}{2}$ (ஈ) $\frac{b}{\sqrt{3}}$

12. ஒரு கோபுரத்தின் உயரம் 60 மீ ஆகும். சூரியனை காணும் ஏற்றக்கோணம் 30° -லிருந்து 45° ஆக உயரும்போது கோபுரத்தின் நிழலானது x மீ குறைகிறது எனில் x- ன் மதிப்பு MAY-22

(அ) 41.92 மீ **(ஆ) 43.92 மீ** (இ) 43 மீ (ஈ) 45.6 மீ

13. பல அடுக்குக் கட்டடத்தின் உச்சியிலிருந்து 20 மீ உயரமுள்ள கட்டடத்தின் உச்சி, அடி ஆகியவற்றின் இறக்கக்கோணங்கள் முறையே 30° மற்றும் 60° எனில் பல அடுக்குக் கட்டடத்தின் உயரம் மற்றும் இரு கட்டடங்களுக்கு இடையேயுள்ள தொலைவானது (மீட்டரில்)

(அ) $20, 10\sqrt{3}$ (ஆ) $30, 5\sqrt{3}$ (இ) 20, 10 **(ஈ) $30, 10\sqrt{3}$**

14. இரண்டு நபர்களுக்கு இடைப்பட்ட தொலைவு x மீ ஆகும். முதல் நபரின் உயரமானது இரண்டாவது நபரின் உயரத்தைப் போல இரு மடங்காக உள்ளது. அவர்களுக்கு இடைப்பட்ட தொலைவு நேர்கோட்டின் மையப் புள்ளியிலிருந்து இரு நபர்களின் உச்சியின் ஏற்றக் கோணங்கள் நிரப்புக்கோணங்கள் எனில், குட்டையாக உள்ள நபரின் உயரம் (மீட்டரில்) காண்க.

(அ) $\sqrt{2}x$ **(ஆ) $\frac{x}{2\sqrt{2}}$** (இ) $\frac{x}{\sqrt{2}}$ (ஈ) $2x$

15. ஓர் ஏரியின் மேலே h மீ உயரத்தில் உள்ள ஒரு புள்ளியிலிருந்து மேகத்திற்கு உள்ள ஏற்றக்கோணம் β. மேக பிம்பத்தின் இறக்கக்கோணம் $45°$ எனில், ஏரியில் இருந்து மேகத்திற்கு உள்ள உயரமானது (மீட்டரில்) JUL-22

(அ) $\frac{h(1+\tan\beta)}{1-\tan\beta}$ (ஆ) $\frac{h(1-\tan\beta)}{1+\tan\beta}$ (இ) $h\tan(45^0-\beta)$ (ஈ) இவை ஒன்றும் இல்லை

2 மதிப்பெண் வினாக்கள்

1. பின்வரும் முற்றொருமைகளை நிரூபிக்கவும். (i) $\sqrt{\frac{1+\sin\theta}{1-\sin\theta}}=\sec\theta+\tan\theta$ SEP-20

$$\sqrt{\frac{1+\sin\theta}{1-\sin\theta}}=\sqrt{\frac{1+\sin\theta}{1-\sin\theta}\times\frac{1+\sin\theta}{1+\sin\theta}}$$

$$=\sqrt{\frac{(1+\sin\theta)^2}{1-\sin^2\theta}}$$

$$=\sqrt{\frac{(1+\sin\theta)^2}{\cos^2\theta}}$$

$$=\frac{1+\sin\theta}{\cos\theta}$$

$$=\frac{1}{\cos\theta}+\frac{\sin\theta}{\cos\theta}$$

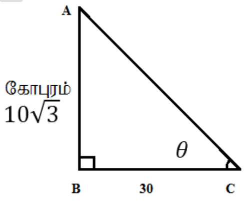
$$=\sec\theta+\tan\theta$$

2. $10\sqrt{3}$ மீ உயரமுள்ள கோபுரத்தின் அடியிலிருந்து 30 மீ தொலைவில் தரையில் உள்ள ஒரு புள்ளியிலிருந்து கோபுரத்தின் உச்சியின் ஏற்றக்கோணத்தைக் காண்க. PTA-2, SEP-21, JUL-22

செங்கோண முக்கோணம் ΔABC ல்

$AB=$ கோபுரம் $=10\sqrt{3}$ மீ , $BC=30$ மீ

கோபுரத்தின் ஏற்றக் கோணம் θ ஐ காண வேண்டும்.



$$\tan\theta=\frac{AB}{BC}$$

$$=\frac{10\sqrt{3}}{30}$$

$$\Rightarrow\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}$$

$$\tan\theta=\frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\tan 30^\circ=\frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow\theta=30^\circ$$

கோபுரத்தின் உச்சியின் ஏற்றக் கோணம் $\boldsymbol{\theta=30^\circ}$

3. $0\sqrt{3}$ மீ உயரமுள்ள ஒரு பாறையின் உச்சியிலிருந்து 30° இறக்கக்கோணத்தில் தரையிலுள்ள மகிழுந்து ஒன்று பார்க்கப்படுகிறது எனில், மகிழுந்திற்கும் பாறைக்கும் இடையேயுள்ள தொலைவைக் காண்க.

PTA-6, MAY-22

$AB =$ மலையின் உயரம் $= 50\sqrt{3}$

இறக்கக்கோணம் $= 30^0$

செங்கோண $\Delta\ ABC$ ல்,

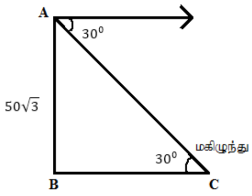
$\theta = 30^{\circ}$

$= \tan 30^0$

$= \frac{AB}{BC}$

$= \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{50\sqrt{3}}{BC}$

$= \frac{1}{\sqrt{3}}$



$BC = 50\sqrt{3} \times \sqrt{3} = 50 \times 3 = 150$ மீ

மகிழுந்திற்கும் பாறைக்கும் இடையேயுள்ள

தொலைவு $= \mathbf{150}$ **மீ**

5 மதிப்பெண் வினாக்கள்

PTA-3

1. $\sqrt{3}\ \boldsymbol{sin\ \theta - cos\ \theta = 0}$ எனில்,

$tan\ 3\theta = \frac{3\ tan\ \theta - tan^3\theta}{1-3\ tan^2\theta}$ என நிறுவுக.

கொடுக்கப்பட்டது: $\sqrt{3}\sin\theta - \cos\theta = 0$

$\sqrt{3}\sin\theta = \cos\theta$

$\frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\tan\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\therefore \theta = 30^0 \qquad \left(\because \tan 30^{\circ} = \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$

LHS: $\tan 3\theta = \tan 3(30^{\circ}) = \tan 90^{\circ} = \infty$ ..... (1)

RHS: $\frac{3\tan\theta - \tan^3\theta}{1-3\tan^2\theta}$

$= \frac{3\times\tan 30^{\circ} - \tan^3 30^{\circ}}{1-3\tan^2 30^{\circ}}$

$= \frac{3\times\frac{1}{\sqrt{3}} - \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^3}{1-3\times\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2}$

$= \frac{\frac{3}{\sqrt{3}} - \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^3}{1 - 3\times\frac{1}{3}}$

$= \frac{\sqrt{3}-\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^3}{0} = \infty$ ...(2)

$(1) = (2)$

$\therefore \mathbf{\tan 3\theta = \frac{3\tan\theta - \tan^3\theta}{1-3\tan^2\theta}}$

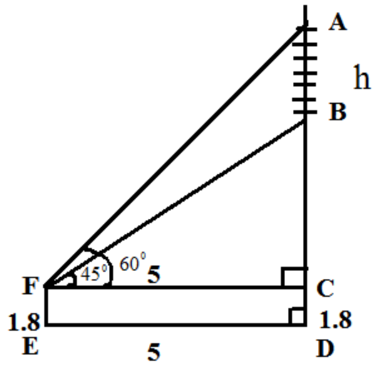
2. ஒருவர் அவருடைய வீட்டிற்கு வெளியில் நின்றுகொண்டு ஒரு ஜன்னலின் உச்சி மற்றும் அடி ஆகியவற்றை முறையே 60° மற்றும் 45° ஆகிய ஏற்றக்கோணங்களில் காண்கிறார். அவரின் உயரம் 180 செ.மீ. மேலும் வீட்டிலிருந்து 5 மீ தொலைவில் அவர் உள்ளார் எனில், ஜன்னலின் உயரத்தைக் காண்க. $(\sqrt{3} = 1.732)$. JUL-22

$AB =$ ஜன்னல் $= h$

$EF =$ நபர் $= 180$ செ.மீ $= 1.8$ மீ $= CD$

$CF = 5$ மீ

ஜன்னலின் உயரத்தைக் காண வேண்டும்.



செங்கோண ΔBCFல்

$\tan 45^\circ = \frac{BC}{5}$

$1 = \frac{BC}{5}$

$\therefore BC = 5$மீ

செங்கோண ΔACF ல்

$\tan 60^0 = \frac{AC}{5} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{AC}{5} \Rightarrow AC = 5\sqrt{3}$

$BC + AB = 5\sqrt{3} \Rightarrow 5 + h = 5\sqrt{3}$

$\Rightarrow h = 5\sqrt{3} - 5 = (5 \times 1.732) - 5$

$= 8.660 - 5 = 3.66$ மீ

ஜன்னலின் உயரம் $\boldsymbol{h = 3.66}$ **மீ**

3. 60 மீ உயரமுள்ள கோபுரத்தின் உச்சியிலிருந்து செங்குத்தாக உள்ள ஒரு விளக்குக் கம்பத்தின் உச்சி மற்றும் அடியின் இறக்கக்கோணங்கள் முறையே 38° மற்றும் 60° எனில், விளக்குக் கம்பத்தின் உயரத்தைக் காண்க. $(\tan 38^0 = 0.7813, \sqrt{3} = 1.732)$ SEP-20

$AB =$ கோபுரம் $= 60$மீ

$CD =$ விளக்குக் கம்பம் $= h$

$AE = x$

$CD = BE = 60 - x = h$

செங்கோண $\Delta\ AEC$ல்

$\tan 38^\circ = \frac{AE}{DE} = 0.7813$

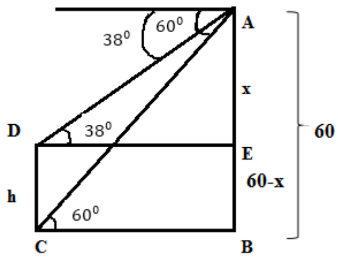
$DE = \frac{x}{0.7813}$ .... (1)

செங்கோண ΔABC ல், $\theta = 60^0$

$\tan 60^\circ = \frac{AB}{BC} = \sqrt{3}$

$\frac{60}{BC} = \sqrt{3}$

$BC = \frac{60}{\sqrt{3}} = \frac{60}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{60\sqrt{3}}{3} = 20\sqrt{3}$



$BC = DE$

$\therefore DE = 20\sqrt{3}$ .... (2)

(1) & (2) லிருந்து

$DE \Rightarrow \frac{x}{0.7813} = 20\sqrt{3}$

$x = 20\sqrt{3} \times 0.7813$

$x = 20 \times 1.732 \times 0.7813$

$x = 27.064$ மீ

விளக்குக் கம்பத்தின் உயரம்

$h = 60 - x = 60 - 27.064$

$\boldsymbol{h = 32.93}$ **மீ**

4. ஒரு தெருவில் கட்டடமும், சிலையும் எதிரெதிர்த் திசையில் 35 மீ இடைவெளியில் அமைந்துள்ளன. கட்டடத்தின் உச்சியிலிருந்து, சிலை உச்சியின் ஏற்றக்கோணம் 24° மற்றும் சிலை அடியின் இறக்கக்கோணம் 34° எனில், சிலையின் உயரம் என்ன? $(\tan 24^\circ = 0.4452, \tan 34^\circ = 0.6745)$

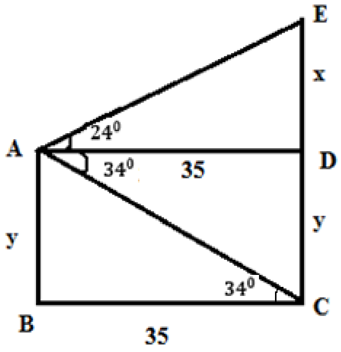
PTA-4

$AB =$ கட்டிடம் $= y$

$CE =$ சிலை $= x + y$

$BC = AD = 35$ மீ

(கட்டடத்திற்கும் சிலைக்கும் உள்ள தூரம் $= BC$)



செங்கோண $\Delta\, ADE$ ல்,

$\tan 24^\circ = \frac{ED}{AD} = 0.4452$

$\frac{x}{35} = 0.4452$

$x = 35 \times 0.4452$

$x = 15.582$

செங்கோண ΔABC ல்,

$\tan 34^\circ \Rightarrow \frac{AB}{BC} = 0.6745$

$\frac{y}{35} = 0.6745$

$y = 0.6745 \times 35$

$= 23.6075$

சிலையின் உயரம்

$CE = x + y$

$= 15.582 + 23.608$

$= 39.189$

$CE = 39.19$ மீ

சிலையின் உயரம் $= \mathbf{39.19}$ **மீ**